

# Laboratorio computazionale numerico

## Lezione 2

Federico Poloni <f.poloni@sns.it>

2009-10-14

### 1 Ottenere aiuto

Con il comando **help**, potete ottenere una breve documentazione su come si usa un comando.

```
octave:1> help imag
— Mapping Function: imag (Z)
  Return the imaginary part of Z as a real number.

  See also: real, conj.

imag is a built-in mapper function

Additional help for built-in functions and operators is
available in the on-line version of the manual. Use the command
‘doc <topic>’ to search the manual index.

Help and information about Octave is also available on the WWW
at http://www.octave.org and via the help@octave.org
mailing list.
```

### 2 Vettori e matrici

Octave è pensato per lavorare con vettori e matrici; pertanto, ha una sintassi specifica e parecchi comandi dedicati, che rendono molto più semplice lavorare con i vettori rispetto a un linguaggio non specifico come il C.

#### 2.1 Creare vettori e matrici

```
octave:1> A=[1 2 3; 4 5 6]
A =

   1   2   3
   4   5   6
```

```
octave:1> zeros(3,2)
ans =
```

```

0 0
0 0
0 0

octave:2> ones(3,2)
ans =

1 1
1 1
1 1

octave:3> eye(3)
ans =

1 0 0
0 1 0
0 0 1

octave:4> rand(2,3)
ans =

0.615284 0.959462 0.755501
0.343727 0.098065 0.469369

```

## 2.2 Il range operator :

Con la sintassi `a:t:b` creiamo un vettore (riga) che contiene gli elementi `a`, `a+t`, `a+2t`... fino a `b` (o fino all'ultimo che sia minore o uguale a `b`). Se `t=1`, può essere omesso.

```

octave:6> 1:0.5:4
ans =

1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000 3.5000 4.0000

octave:7> 1:10
ans =

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

octave:8> 1:2:10
ans =

1 3 5 7 9

```

Bonus question: dove avete già usato l'operatore `:`?

## 2.3 Accedere agli elementi

```

octave:16> A=ones(2,3)
A =

1 1 1
1 1 1

```

```

octave:17> A(1,2)=2
A =

    1    2    1
    1    1    1

octave:18> A(1,2)
ans = 2
octave:19> A(5,10)
error: invalid row index = 5
error: invalid column index = 10
octave:19> A(5,10)=7
A =

    1    2    1    0    0    0    0    0    0    0
    1    1    1    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    0    0    7

```

## 2.4 Operazioni su vettori

```

octave:20> a=1:3
a =

    1    2    3

octave:21> b=4:6
b =

    4    5    6

octave:22> a+b
ans =

    5    7    9

octave:23> sin(a)
ans =

    0.84147    0.90930    0.14112

octave:24> 2*a+1
ans =

    3    5    7

octave:25> a.*b %operazioni elemento per elemento
ans =

    4    10    18

octave:26> c=a' %matrice trasposta
c =

```

```

1
2
3

octave:27> a'*b      %prodotto matrice-matrice
ans =
     4     5     6
     8    10    12
    12    15    18

```

### 3 Grafici

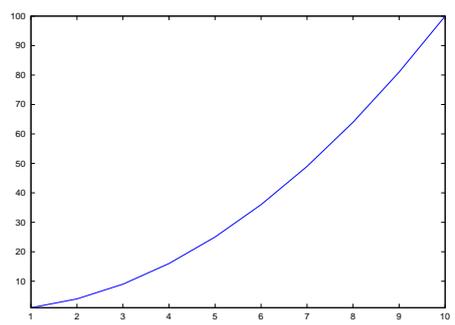
Il comando `plot(x,y)` prende come argomenti due vettori della stessa lunghezza `x` e `y` e disegna sul piano cartesiano i punti  $x(i), y(i)$  collegandoli con una linea.

```

octave:28> r=1:10
r =
     1     2     3     4     5     6     7     8     9    10

octave:30> plot(r,r.^2)

```



Il seguente comando disegna un cerchio.

```

octave:23> r=0:.1:2*pi;
octave:24> plot(cos(r),sin(r))

```

*Esercizio 1.* Scrivere una funzione `circle(z,r)` che, dato un complesso `z` e un reale  $r \geq 0$ , disegni il cerchio di centro `real(z)`, `imag(z)` e raggio `r`.

### 4 Cerchi di Gerschgorin

La seguente funzione disegna gli autovalori e i cerchi di Gerschgorin di una matrice quadrata `A`.

```

function gg(A)
n=size(A,1);
clearplot; %elimina i disegni precedenti
hold on; %mostra il disegno seguente senza cancellare quello prima
axis('square'); %cerca di non distorcere il disegno
autoval=eig(A);

```

```

plot(real(autoval),imag(autoval),'.*'); %"help plot" per altre stringhe magiche
for k=1:n
    center=A(k,k);
    radius=0; %accumulatore
    for j=1:n
        if (j~=k)
            radius=radius+abs(A(k,j));
        endif
    endfor
    circle(center,radius);
endfor
endfunction

```

*Esercizio 2.* Testare la funzione gg su alcune matrici test: **rand**(10), **randn**(10), **rosser**, **hilb**(10),

```

octave:133> A=diag(1:10)+diag(ones(9,1),1)
A =

```

```

    1    1    0    0    0    0    0    0    0    0
    0    2    1    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    3    1    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    4    1    0    0    0    0    0
    0    0    0    0    5    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    0    6    1    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    7    1    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    8    1    0
    0    0    0    0    0    0    0    0    9    1
    0    0    0    0    0    0    0    0    0   10

```

*Esercizio 3.* Riuscite a trovare una matrice irriducibile con un autovalore sul bordo dei cerchi (terzo teorema di Gerschgorin)?

*Esercizio 4.* Scrivere una funzione ggsecond(A) che disegni i cerchi di Gerschgorin di A e mostri come variano gli autovalori quando gli elementi fuori dalla diagonale di A vengono modificati in zero, come nella dimostrazione del secondo teorema di Gerschgorin. Per farlo, generate tante matrici (diciamo  $k = 100$ ) a intervalli uguali lungo il “segmento” che unisce A alla sua diagonale, e plottate i loro autovalori.

#### Soluzione dell'esercizio 4

```
function ggsecond(A)
n=size(A,1);
clearplot;
hold on;
axis("square");
for t=0:.01:1
    autoval=eig((1-t)*diag(diag(A))+t*A); %"help diag" per saperne di piu'
    plot(real(autoval),imag(autoval),"1.");
endfor
for k=1:n
    center=A(k,k);
    radius=0;
    for j=1:n
        if(j~=k)
            radius=radius+abs(A(k,j));
        endif
    endfor
    circle(center,radius);
endfor
endfunction
```

*Se vi state annoiando...* Poiché Octave è un linguaggio *interpretato*, eseguire ogni singola istruzione ha un "costo" non trascurabile (il computer deve leggere la riga, interpretarla e trasformarla in codice macchina). Per questo se si riesce a riscrivere le funzioni utilizzando delle operazioni sui vettori invece che dei cicli **for**, il programma si esegue molto più velocemente. Per esempio, è molto più veloce

```
s=sum(abs(v));
```

(una istruzione da interpretare) rispetto a

```
s=0;
for k=1:size(v)
    s=s+v(k);
endfor
```

( $O(n)$  istruzioni da interpretare, dove  $n$  è la lunghezza del vettore  $v$ ).

L'operazione di sostituire tante istruzioni su scalari con una singola istruzione su un vettore si chiama *vectorization*. Riuscite a riscrivere i programmi della scorsa lezione (factorial, pow, myexp, myexp2) vettorizzando i cicli **for**, in modo che non siano più necessarie  $O(n)$  istruzioni per calcolare un'esponenziale? Potrebbe esservi utile il manuale di Octave alla sezione 18.4 ("Sum and products").