

## Compito di MDAL

10 Febbraio 2016

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

**Esercizio 1.** Trovare tutte le soluzioni del sistema di congruenze

$$\begin{cases} 2^x \equiv 1 \pmod{7} \\ 3^x \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}$$



**Esercizio 2.** Consideriamo i seguenti insiemi di matrici  $4 \times 4$  a coefficienti in  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ :

1. Matrici con esattamente due "1" su ogni riga.
  2. Matrici con tutti numeri diversi su ciascuna riga.
  3. Matrici con tutti numeri diversi su ciascuna delle prime 3 righe e sulla prima colonna.
- i) Determinare il numero delle matrici in ciascuno dei gruppi 1,2,3.  
ii) Chiamato  $n_i$  il numero delle matrici nel gruppo  $i$ , disporre in ordine crescente i numeri  $n_1, n_2, n_3$ .



**Esercizio 3.** Siano dati i vettori

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

1. Considerati come vettori in  $\mathbb{R}^4$ , è vero che essi sono linearmente indipendenti? Si scriva una base di  $\text{span}(v_1, v_2, v_3)$  e la si completi a una base di  $\mathbb{R}^4$ .
2. Considerati come vettori in  $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^4$ , è vero che essi sono linearmente indipendenti? Si scriva una base di  $\text{span}(v_1, v_2, v_3)$  e la si completi a una base di  $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^4$ .



**Esercizio 4.** Sia  $M \in \text{Mat}_{4,4}(\mathbb{R})$  data da

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determinare autovalori e autovettori di  $M$ . La matrice è diagonalizzabile?

